

गति के समीकरण

$$v = u + at$$

प्रथम समीकरण

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

दूसरा समीकरण

$$v^2 = u^2 + 2as$$

तीसरा समीकरण

यहाँ v = अंतिम वेग
 u = आरम्भिक वेग
 a = त्वरण
 t = लिया गया समय
 s = तय की गयी दूरी

विरामावस्था—कोई वस्तु विरामावस्था में तब कहलाएगी जब उसकी स्थिति में किसी एक बिन्दु के सापेक्ष कोई बदलाव न हो रहा हो।

गतिजावस्था—यदि किसी वस्तु की स्थिति में किसी एक बिन्दु के सापेक्ष लगातार बदलाव हो तब यह वस्तु गतिजावस्था में कहलाई जाएगी।

गतिजावस्था के प्रारूप—विभिन्न तरह के पथ पर विभिन्न तरह की गतिजावस्थाएँ होती हैं। विभिन्न गतिजावस्थाओं के प्रारूप निम्नलिखित हो सकते हैं—

- (i) वृत्तीय गति – गोलाकार पथ।
- (ii) रेखीय गति – रेखीय पथ।
- (iii) कंपन गति – दोलन पथ।

मूल भौतिक राशियाँ :- वह राशियाँ जिन्हें मापा जा सकता है वह भौतिक राशियाँ कहलाती हैं। मूल भौतिक राशियों की संख्या सात है। भौतिक राशि के दो भाग होते हैं पहला उसका परिमाण और दूसरा उसकी इकाई।

राशि का नाम	SI इकाई / मात्रक	
	नाम	संकेत
लम्बाई	मीटर	m
द्रव्यमान	किलोग्राम	Kg
समय	सेकण्ड	S
विद्युत धारा	एम्पियर	A
ताप	कैल्विन	K
ज्योति तीव्रता	कैंडिला	Cd
पदार्थ की मात्रा	मोल	mol

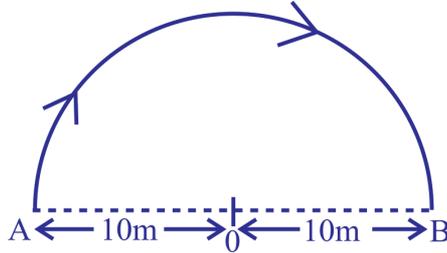
दूरी	विस्थापन
(i) किसी वास्तविक पथ की प्रारम्भिक स्थिति से अंतिम स्थिति के बीच का मापन, उसकी दूरी कहलाती है।	(i) विस्थापन वस्तु की प्रारम्भिक एवं अंतिम स्थिति के बीच न्यूनतम दूरी का मापन होता है।
(ii) यह एक अदिश राशि है। केवल मापन होता है।	(ii) यह एक सदिश राशि है। मापन और दिशा दोनों होते हैं।
(iii) यह हमेशा धनात्मक होती है और कभी भी '0' नहीं होती।	(iii) यह इकाई धनात्मक, एवं शून्य भी हो सकती है।
(iv) दूरी किसी रेखीय पथ में विस्थापन के बराबर हो सकती है या इसका मापन विस्थापन के मापन से अधिक होता है।	(iv) इस इकाई का मापन या तो दूरी के मापन के बराबर होगा या फिर कम होगा।

प्रश्न 8.1. यदि कोई वस्तु अर्द्धगोलाकार पथ पर चल रही है जिसकी त्रिज्या '10m' है, और यदि प्रारम्भिक और अंतिम स्थितियाँ 'A' और 'B' हैं तो उस वस्तु द्वारा तय किया विस्थापन और दूरी क्या होगी ?

उत्तर - $R = 10$

$$\pi = 3.14$$

$$S = \pi R$$



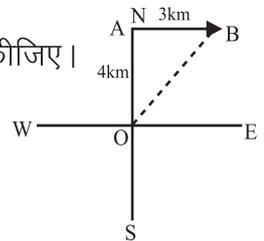
$$\text{कुल दूरी} = \pi R = 3.14 \times 10 = 31.4 \text{ m}$$

$$\text{कुल विस्थापन} = 2R = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$$

प्रश्न 8.1 एक आदमी किसी स्थान से उत्तर दिशा की ओर चलना शुरू करता है अतः 4 km चलने के पश्चात वह दाईं ओर मुड़ जाता है और 3 km चलकर रुक जाता है।

a) आदमी द्वारा तय कुल दूरी और b) कुल विस्थापन का परिकलन कीजिए।

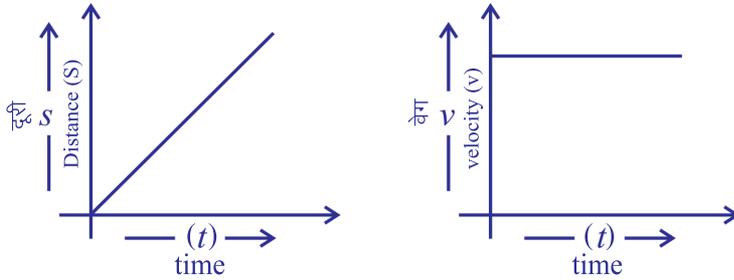
उत्तर: a) तय की गई कुल दूरी = OA + AB
 = 4km + 3km
 = 7 km



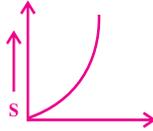
$$\begin{aligned}
 \text{b) कुल विस्थापन} &= \text{OB} \\
 \text{OB} &= \sqrt{\text{OA}^2 + \text{AB}^2} \\
 &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\
 &= \sqrt{16+9} \\
 &= \sqrt{25} \\
 &= 5 \text{ Km}
 \end{aligned}$$

एक समान गति एवं असमान गति—

एक समान गति—यदि कोई वस्तु समान समयांतरल में समान दूरी तय करे तो वह एक समान गति से विचरण कर रहा होता है। जैसे घड़ी की सुईयों की गति

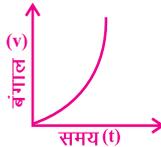


असमान गति—यदि कोई वस्तु अलग-अलग दूरी अलग-अलग समय अंतराल में पूरी करे तब वह असमान गति से विचरण कर रही होती है। जैसे व्यस्त सड़क पर कार की गति।

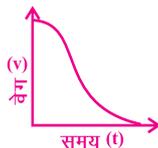


असमान गति के दो प्रारूप हो सकते हैं—

(i) त्वरण गति—यदि वस्तु की गति समय के साथ लगातार बढ़ती रहे तब वह त्वरण गति कहलाएगी।



(ii) मंदन गति—यदि वस्तु की गति समय के साथ लगातार घटती रहे तब वह मंदन गति कहलाएगी।



चाल—गति के दर का मापन चाल कहलाता है। वस्तु की चाल का उसके द्वारा तय की गई दूरी को समय से भाग देकर प्राप्त किया जा सकता है। चाल को 'v' से निरूपित किया जाता है।

$$\text{चाल} = \frac{\text{तय की गई दूरी}}{\text{लिया गया समय}}, v = \frac{s}{t}$$

- चाल एक अदिश राशि है जिसका केवल मापन होता है। यह दिशा रहित होती है।
- चाल का SI मात्रक मीटर प्रति सेकण्ड (ms^{-1}) होता है। इसे (cm^{-1}s) या Km/h भी लिख सकते हैं।
- यदि कोई वस्तु समान गति से विचरण कर रही है तो वह समान चाल द्वारा अपनी दूरी तय करती है।
- पर यदि असमान गति हो तो वस्तु की चाल एक समान न रहकर बदलती रहती है।
- इस स्थिति में (असमान स्थिति) किसी वस्तु की उसके पथ पर औसत चाल निकाली जाती है अथवा औसत चाल असमान गति की स्थिति में किसी वस्तु द्वारा चली गई कुल चाल की एक निश्चित माप है।

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

प्रश्न 8.2. किसी वस्तु की चाल का मापन मीटर/सेकण्ड और किलोमीटर प्रति घंटे में करें यदि वह वस्तु 40 किमी. की दूरी को 5 घंटों में पूरा करती है ?

उत्तर— $s = 40 \text{ km}, t = 5 \text{ h}$ चाल = दूरी/समय

$$\text{चाल (किलोमीटर/घंटा)} = \frac{40}{5} = 8 \text{ किमी./घंटा}$$

$$\text{चाल (मीटर/सेकण्ड)} = \frac{40 \times 1000 \text{ m}}{5 \times 3600 \text{ sec}} = 2.22 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

रूपांतरण कारक :

$$(i) \quad \text{चाल (किमी./घंटा)} = \frac{5}{18} \text{ चाल (मीटर/सेकण्ड)}$$

$$(ii) \quad \text{चाल (मीटर/सेकण्ड)} = \frac{18}{5} \text{ चाल (किमी. घंटा)}$$

वेग : दिशा के साथ चाल के मापन को वेग कहा जाता है।

$$\text{वेग} = \text{विस्थापन/समय}$$

- वेग एक सदिश राशि है जिसका परिमाण उसकी मापन और दिशा में परिवर्तन के साथ परिवर्तित होता रहता है। वेग को v में निरूपित किया जाता है।
- एक रेखीय गति में औसत वेग की गणना औसत चाल के अनुरूप होती है।

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}$$

समान गति से परिवर्तन होने वाले वेग की स्थिति में औसत वेग की गणना निम्नलिखित तरह से की जाती है—

$$\text{औसत वेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}$$

$$\text{औसत वेग} = \frac{\text{प्रारम्भिक वेग} + \text{अंतिम वेग}}{2}$$

$$v_{\text{औसत}} = \frac{u + v}{2} \longrightarrow$$

$u \rightarrow$ प्रारंभिक वेग
 $v \rightarrow$ अंतिम वेग

मात्रक \rightarrow मीटर/सेकण्ड

$$\text{वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}} \longleftarrow \text{सदिश राशि}$$

- वेग ऋणात्मक, धनात्मक एवं शून्य भी हो सकता है।

प्रश्न 8.3. यदि कोई मोटरकार 20 किमी. की दूरी पहले 1 घंटे में, 40 किमी. की दूरी दूसरे एक घंटे में और अंत के 30 किमी. की दूरी अंतिम एक घंटे में पूरी करे तो उसकी औसत चाल क्या होगी ?

उत्तर— औसत चाल = $\frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}} = \frac{20 + 40 + 30}{3}$
 $= \frac{90}{3} = 30$ किमी./घंटा

त्वरण— असमान गति की स्थिति में (यदि लगातार वेग बढ़ रहा हो) त्वरण होता है। वेग में समय के साथ परिवर्तन की दर को त्वरण कहा जाता है।

$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}} = \frac{\text{अंतिम वेग} - \text{प्रारम्भिक वेग}}{\text{समय}}$$

$$\text{त्वरण} = \frac{v - u}{t} \left\{ \begin{array}{l} v = \text{अंतिम वेग} \\ u = \text{प्रारम्भिक वेग} \\ t = \text{समय} \end{array} \right.$$

त्वरण की स्थिति में, $v > u$ या 'a' = (+) ve. (धनात्मक)

मंदन—असमान गति की स्थिति में (यदि लगातार वेग घट रहा हो) मंदन, पैदा होता है। वेग की समय के साथ परिवर्तन की दर को मंदन कहा जाता है।

$$\text{मंदन} = \frac{v - u}{t} \left\{ \begin{array}{l} v = \text{अंतिम वेग} \\ u = \text{प्रारम्भिक वेग} \\ t = \text{समय} \end{array} \right.$$

मंदन की स्थिति में, $v < u$ या 'a' = (-) ve. (ऋणात्मक)

त्वरण तथा मंदन सदिश राशियाँ हैं जिनका मान (+), (-) या शून्य हो सकता है। और इन्हें 'a' से निरूपित किया जाता है।

S.1 मात्रक त्वरण तथा मंदन दोनों के लिए **मीटर/सेकण्ड²(ms⁻²)** है।

प्रश्न 8.4. कोई मोटरकार अपने वेग को 40 किमी/घंटा से 60 किमी/घंटा, 5 सेकण्ड में बढ़ा देता है। इस मोटरकार का त्वरण का परिमाण क्या होगा ?

$$v = 60 \text{ किमी/घंटा} = 60 \times \frac{1000}{3600} = 16.66 \text{ मीटर/सेकण्ड (ms}^{-1}\text{)}$$

$$u = 40 \text{ किमी/घंटा} = 40 \times \frac{1000}{3600} = \frac{100}{9} = 11.11 \text{ मीटर/सेकण्ड (ms}^{-1}\text{)}$$

$$\text{त्वरण} = a = \frac{v - u}{t} = \frac{16.66 - 11.11}{5} = \frac{5.55}{5} = 1.11 \text{ मी./से.}^2 \text{ (ms}^{-2}\text{)}$$

गति का ग्राफीय प्रदर्शन—

(i) दूरी – समय ग्राफ (s-t ग्राफ)

(a) s-t ग्राफ (एकसमान गति) के लिए

(ii) 20 कि.मी/घंटा के वेग से चल रही कार को ब्रेक लगाने पर 0.5 घंटे में रूक जाती है तो इस कार के मंदन का परिमाण क्या होगा ?

उत्तर :- $u = 0$ किमी /घंटा

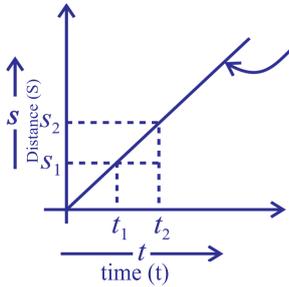
$t = 0.5$ घंटा

मदन

$$a = \frac{v-u}{t}$$

$$= \frac{0-20}{0.5} = \frac{200}{5}$$

$$= -40 \text{ km/h}$$

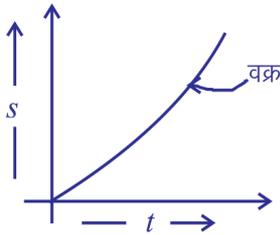


सीधी रेखा, एक समान चाल या वेग एवं शून्य त्वरण की जानकारी प्रदान करती है।

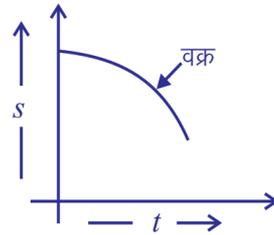
किसी एक समान गति से चल रही वस्तु की चाल को उसके दूरी-समय ग्राफ से निम्न भिन्न प्रकार ज्ञात किया जाता है।

$$v = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

- एक दूरी समय ग्राफ की लाइन की ढलाव वस्तु की एक समान चाल को दर्शाता है।
 - इस लाइन का ढलान जितना अधिक होगा वस्तु की चाल उतनी ही अधिक होगी।
- (b) s-t ग्राफ—(असमान—गति)—

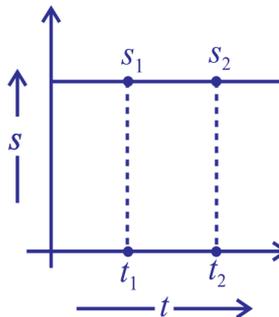


यदि वक्र की ढाल लगातार बढ़ रही हो तो ऐसी गति त्वरित गति कहलाती है।



यदि वक्र की ढाल लगातार घट रही हो तो ऐसी गति मंदित गति कहलाती है।

(c) (विश्रामावस्था) के लिए s-t ग्राफ :-



$$v = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

पर, $S_2 - S_1$

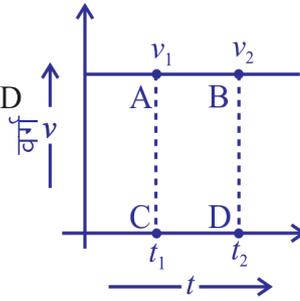
या, $v = \frac{0}{t_2 - t_1} = 0$

a) वस्तु द्वारा t_1 से t_2 समय में

तय की गई दूरी = $AC \times CD$

= चतुर्भुज ABCD

का क्षेत्रफल



त्वरण = $\frac{\text{वर्ग में परिवर्तन}}{\text{समय}}$

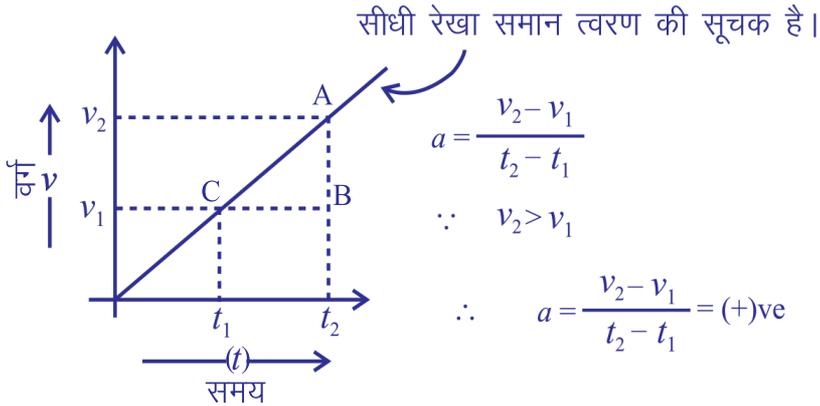
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

पर, $v_2 = v_1$

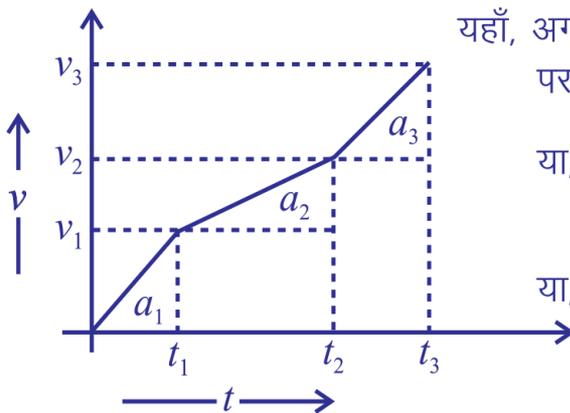
$$\therefore a = \frac{0}{t_2 - t_1} = 0 \text{ m/s}^2$$

b) असमान गति के लिए v-t ग्राफ :-

एक समान त्वरीत गति के लिए v-t ग्राफ



(c) असमान त्वरीत गति के लिए v-t ग्राफ :-



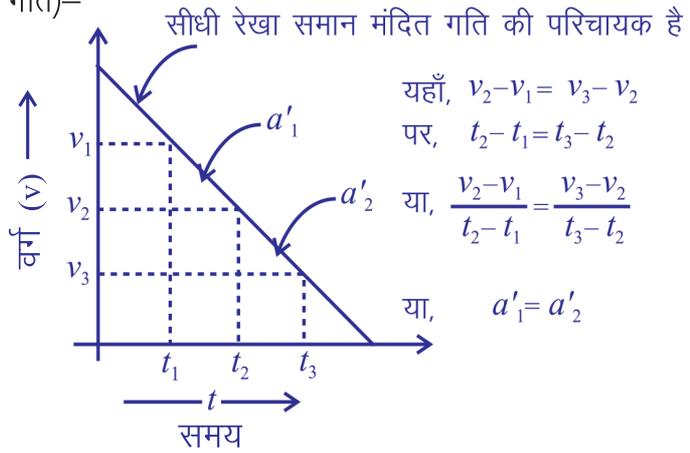
यहाँ, अगर, $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$

पर, $v_2 - v_1 \neq v_3 - v_2$

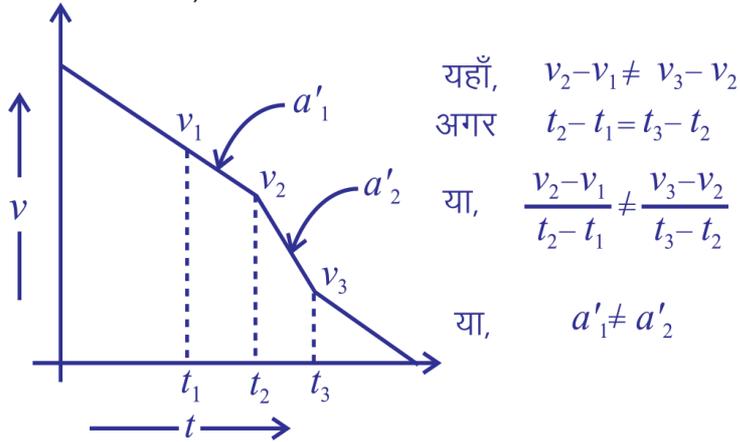
$$\text{या, } \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \neq \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2}$$

या, $a_2 \neq a_1$

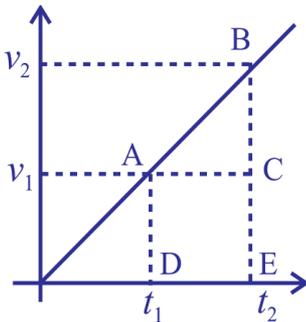
(C) v-t ग्राफ (समान मंदित गति)–



(D) v-t ग्राफ (असमान मंदित गति)–



नोट—किन्हीं दो समय ($t^2 - t^1$) अंतरालों के बीच का क्षेत्रफल, v-t ग्राफ में वस्तु द्वारा चले गए विस्थापन को प्रदर्शित करता है।



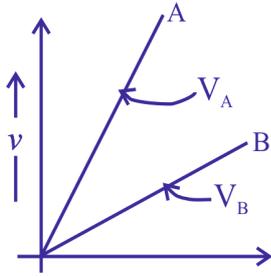
समय अंतराल t_2 और t_1 के मध्य,
 तय करी गई विस्थापन

$S =$ क्षेत्रफल ΔABC + क्षेत्रफल
 आयत ACDE का क्षेत्रफल

$$s = \frac{1}{2} \times (v_2 - v_1) (t_2 - t_1) + v_1 \times (t_2 - t_1)$$

प्रश्न 8-5- 'A' और 'B' वस्तुओं में से कौन-सी वस्तु का वेग ज्यादा है ?

उत्तर-



क्योंकि, ' v_A ' का ढाल $>$ ' v_B ' का ढाल
 \therefore 'A' का वेग $>$ 'B' का वेग

गति के समीकरण-(असमान त्वरणीय गति)

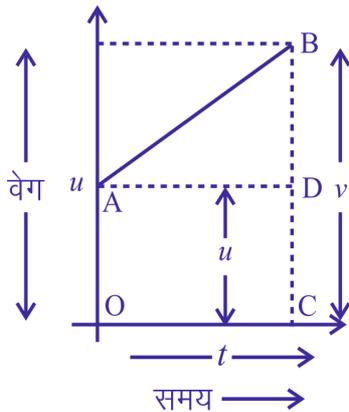
(i) गतिका प्रथम समीकरण-

$$v = u + a t$$

\swarrow \downarrow \searrow \swarrow
 अंतिम वेग = प्रारम्भिक वेग त्वरण समय

ग्राफीय विधि द्वारा व्युत्पत्ति-(प्रथम समीकरण-गति के समीकरण) वेग समय संबंध (पाठ्यक्रम में शामिल नहीं है।)

मान लें किसी वस्तु का प्रारम्भिक वेग ' u ' है (बिन्दु-A), यह वस्तु समय सेकण्ड बाद अपना वेग ' v ' कर लेता है, जो इस वस्तु का अंतिम वेग है (बिन्दु-B)



वस्तु का त्वरण = ' a '

$$'a' = \frac{\text{वेग में बदलाव}}{\text{समय में बदलाव}}$$

$$\begin{array}{c} \frac{OB}{t-O} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \frac{v-u}{t-O} \\ \downarrow \\ OC \end{array}$$

$$\text{or } a = \frac{v-u}{t}$$

$$\text{or } v = u + at$$

(ii) गति के द्वितीय समीकरण- समीकरण
(समय - स्थिति संबंध)

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

↓
विस्थापन,

ग्राफिय-व्युत्पत्ति-(ऊपर दिए गए ग्राफ के अनुसार)

$$\begin{aligned} \text{कुल विस्थापन} &= \text{आयत OADC का क्षेत्रफल} + \text{त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल} \\ &= OA \times AD + \frac{1}{2} \times (AD) \times (BD) \\ &= u \times t + \frac{1}{2} \times t \times (v - u) \\ &= u \times t + \frac{1}{2} \times t \times at \quad (\because v = u + at) \text{ or } v - u = at \\ &= u \times t + \frac{1}{2}at^2 \end{aligned}$$

(iii) गति के तृतीय समीकरण (वेग स्थिति संबंध)

$$v^2 = u^2 + 2as$$

ग्राफिय-व्युत्पत्ति-(ऊपर दिए गए ग्राफ के अनुसार)

कुल विस्थापन = OABC समलम्ब का क्षेत्रफल

$$s = \frac{(OA + BC) \times OC}{2}$$

$$s = \left(\frac{u + v}{2}\right) \times \left(\frac{u - v}{a}\right) \quad \left[\because \frac{u - v}{t} = a\right]$$

$$\therefore s = \frac{v^2 - u^2}{2a}$$

$$v^2 = u^2 + 2as$$

प्रश्न 8.6. एक मोटरकार विरामावस्था से चलकर, $0.1m/s^2$ की त्वरण की दर से 4 मिनट तक चलती है। इस मोटरकार द्वारा तय की गई दूरी (विस्थापन) तथा अंतिम वेग ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

$$u = 0 \text{ ms}^{-1}$$

∴ मोटरकार विश्रामावस्था में है।

$$a = 0.1 \text{ ms}^{-2}$$

$$t = 4 \times 60 = 240 \text{ sec.}$$

$$v = ?$$

$$v = u + at$$

$$v = 0 + 0.1 \times 240$$

$$v = 24 \text{ ms}^{-1}$$

तय की गई दूरी

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 0 \times 240 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times (240)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.1 \times 5760$$

$$s = 2.88 \text{ km}$$

प्रश्न 8.7. कोई रेलगाड़ी ब्रेक लगाने के कारण 6 ms^{-2} का मंदन अनुभव करती हुई और 2 sec में रुक जाती है। इस रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात करो।

उत्तर -

$$\text{मंदन} = a = -6 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{समय} = t = 2 \text{ sec}$$

$$\text{दूरी} = (s) = ?$$

$$\text{अंतिम वेग} = v = 0 \text{ ms}^{-1} \}$$

∴ रेलगाड़ी रुक जाती है।

$$v = u + at$$

or

$$u = v - at$$

or

$$u = 0 - (-6) \times 2 = 12 \text{ ms}^{-1}$$

और,

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 12 \times 2 + \frac{1}{2} \times (-6) \times (2)$$

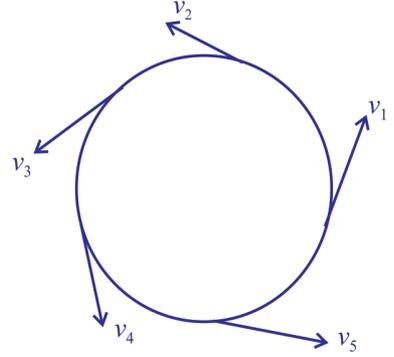
$$= 24 - 12 = 12 \text{ m}$$

एक समान वृत्तीय गति—

यदि कोई वस्तु वृत्तीय पथ में एक समान गति से विचरण करती है तो ऐसी गति को एक समान वृत्तीय गति कहा जाता है।

एक समान वृत्तीय गति में चाल में कोई बदलाव नहीं होता है, परन्तु वेग में लगातार बदलाव आता रहता है। (क्योंकि हर एक बिंदु पर वेग की दिशा में परिवर्तन आता रहता है), इसलिए एक समान वृत्तीय गति में त्वरण पाया जाता है।

वेग की दिशा किसी भी वृत्तीय गति में स्पर्श रेखा के समान होती है।

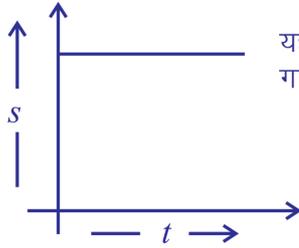


$$v = \frac{2\pi r}{t}$$

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न (1 अंक)

- 6m/s को km/hr में बदलें।
- मोटरकार में मीटर तथा ओडोमीटर क्यों लगाए जाते हैं
- (i) दूरी-समय ग्राफ का ढाल क्या सिद्ध करता है ?

(ii)



यह ग्राफ किस तरह की गति का सूचक है ?

- गति और चाल को परिभाषित कीजिए?
- गति अदिश राशि है या सदिश और क्यों?
- क्या विस्थापन एक अदिश राशि है और क्यों?
- औसत चाल की परिभाषा लिखिए?
- हमें इसे कैसे ज्ञात करते हैं?
- गति और वेग में अंतर लिखिए?